

TRABAJO PRÁCTICO: Polígonos**Alumno:****J.T.P.:**

- 1) Calcula el número de diagonales que se pueden trazar **por un vértice** de un polígono de:

a) 17 lados b) 23 lados

$$N^{\circ} \text{diag} = n - 3$$

a) $17 - 3 = 14 \text{ diag}$ b) $23 - 3 = 20 \text{ diag}$

- 2) Calcula el número **total** de diagonales de un polígono de:

a) 17 lados b) 23 lados

$$\text{Diag totales} = \frac{n \times (n-3)}{2}$$

$$\text{a) } \text{Diag tot} = \frac{17 \times (17-3)}{2} = 119 \text{ diag}$$

$$\text{b) } \text{Diag tot} = \frac{23 \times (23-3)}{2} = 230 \text{ diag}$$

- 3) Por un vértice de un polígono se pueden trazar 8 diagonales ¿Cuántos lados tiene el polígono?

$$8 = n - 3 \quad n = 8 + 3 = 11 \text{ lados}$$

- 4) Calcula el valor de un ángulo interior de un polígono regular de:

a) 17 lados b) 23 lados

$$\alpha = \frac{180^{\circ} \times (n-2)}{n}$$

$$\text{a) } \alpha = \frac{180^{\circ} \times (17-2)}{17} = 158^{\circ} 49' 24.7''$$

$$\text{b) } \alpha = \frac{180^{\circ} \times (23-2)}{23} = 164^{\circ} 20' 52.10''$$

5) Calcula el valor de un ángulo exterior de un polígono regular de:

- a) 17 lados b) 23 lados

$$\beta = \frac{360^\circ}{n}$$

$$a) \beta = \frac{360^\circ}{17} = 21^\circ 10' 35.29''$$

$$b) \beta = \frac{360^\circ}{23} = 15^\circ 39' 7.83''$$

6) Si **a**, **b** y **c** son ángulos de un triángulo, dados:

a = 23° 12' y b = 45° 15' ¿Cuánto vale el ángulo **c**?

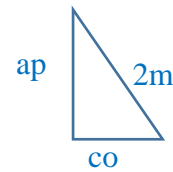
$$\text{Ángulo C} = 180^\circ - 23^\circ 12' - 45^\circ 15' = 111^\circ 33'$$

7) Dado un polígono regular de seis lados determinar:

- a) Valor de su apotema si sabe que el polígono está inscrito en una circunferencia de radio igual a 2m.
 b) Determinar perímetro y superficie del polígono.

Por ser un hexágono es $R = L = 2m$

$$\omega = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \qquad \alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



a) Apotema = $R \times \cos \alpha = 2m \times \cos 30^\circ = \underline{1.732 m}$

b) $co = R \times \sin \alpha = 2m \times \sin 30^\circ = 1 m \rightarrow \text{Lado} = 2 \times 1m = 2m$

perímetro = $6 \times 2m = \underline{12m}$

$$\text{sup} = \frac{\text{per} \times \text{ap}}{2} = \frac{12m \times 1.732m}{2} = 10.392m^2$$

8) De un polígono regular se sabe que la suma de todos sus ángulos interiores es de 1440° se pide determinar:

- a) Número de lados del polígono.
- b) Valor de cada uno de sus ángulos exteriores.
- c) Valor de cada uno de sus ángulos centrales.
- d) Superficie y perímetro del polígono sabiendo que el apotema tiene un valor de 100 m.

a) $\Sigma \text{ang.int.} = 180^\circ (n - 2) = 1440^\circ \quad n = \frac{1440^\circ}{180^\circ} + 2 = 10 \text{ lados}$

b) $\text{ang ext} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$

c) $\text{ang central} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$

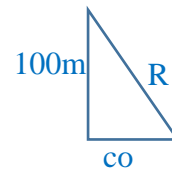
d) $\omega = 36^\circ \rightarrow \alpha = 18^\circ$

$\text{tang } 18^\circ = \frac{co}{100m} \rightarrow co = 100m \times \text{tang } 18^\circ = 32.4919m$

Lado = $2 \times 32.4919m = 64.98 \text{ m}$

Perímetro = $10 \text{ lados} \times 64.98m = 649.80 \text{ m}$

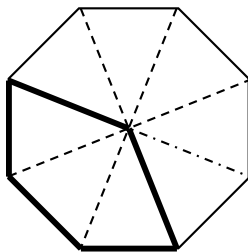
$\text{Sup} = \frac{\text{per} \times \text{apot}}{2} = \frac{649.80m \times 100m}{2} = 32.491.97 \text{ m}^2$



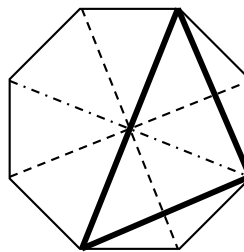
9) En cada caso el lado del octógono es $L=5m$. Determinar:

- a) Área remarcada.
- b) Perímetro del área remarcada.

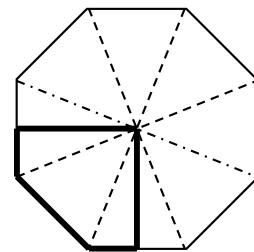
a)



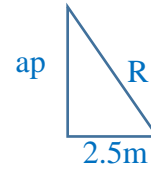
b)



c)



$$\omega = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad \alpha = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

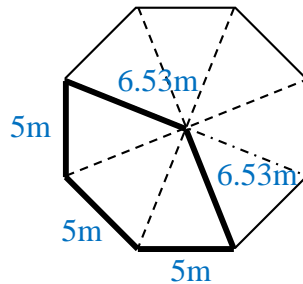


$$\text{tang } 22,5^\circ = \frac{2.5m}{ap} \rightarrow ap = \frac{2.5m}{\text{tang } 22,5^\circ} = 6.03m$$

$$\text{sen } 22,5^\circ = \frac{2.5m}{R} \rightarrow R = \frac{2.5m}{\text{sen } 22,5^\circ} = 6.53m$$

$$\text{Sup de un triang} = \frac{\text{base} \times \text{alt}}{2} = \frac{5m \times 6.03m}{2} = 15.09 m^2$$

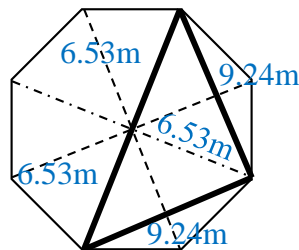
a)



$$\text{sup} = 3 \times 15.09 m^2 = 45.27 m^2$$

$$\text{Perim} = 6.53 + 6.53 + 5 + 5 + 5 = 28.06m$$

b)



$$\text{hip} = \sqrt{6.53^2 + 6.53^2} = 9.24m$$

$$\text{sup} = \frac{(6.53m+6.53m) \times 6.53m}{2} = 42.64 m^2$$

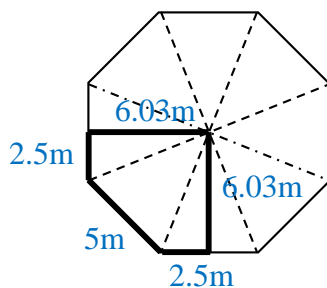
$$\text{Perim} = 2 \times 9.24 + 2 \times 6.53 = 31.54 m^2$$

c)

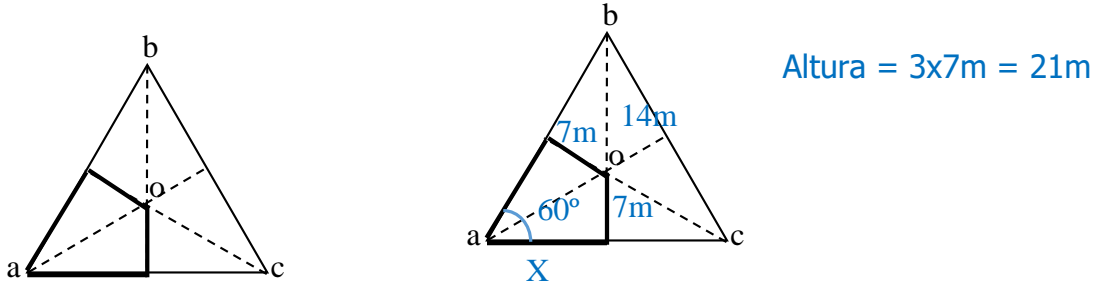
La superficie equivale a dos triángulos

$$\text{Sup} = 2 \times 15.09m^2 = 30.18 m^2$$

$$\text{Perim} = 2 \times 6.03m + 5m + 2 \times 2.5m = 22.06m$$



10) Calcula el área y el perímetro de la figura remarcada del triángulo equilátero abc, sabiendo que el apotema del triángulo es de 7 m.



$$\text{tang}60^\circ = \frac{21\text{m}}{X} \rightarrow X = \frac{21\text{m}}{\text{tang}60^\circ} = 12.1243\text{m} \quad \text{lado} = 2 \times 12.124\text{m} = 24.25\text{m}$$

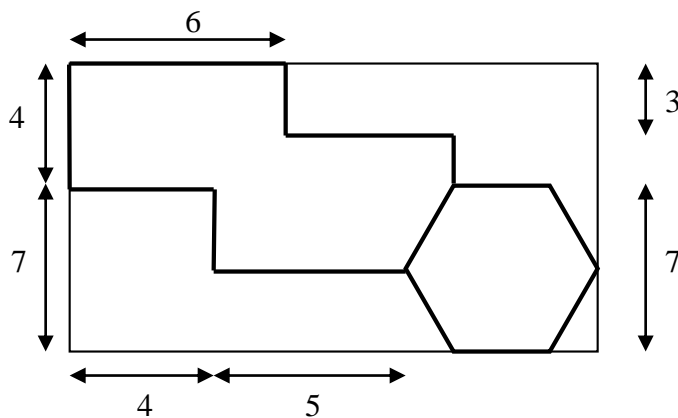
$$\text{Área de triángulo mayor} = \frac{24.25\text{m} \times 21\text{m}}{2} = 254.625 \text{ m}^2$$

$$\text{Área remarcada} = \frac{\text{Área del triángulo mayor}}{3} = \frac{254.625 \text{ m}^2}{3} = 84.875 \text{ m}^2$$

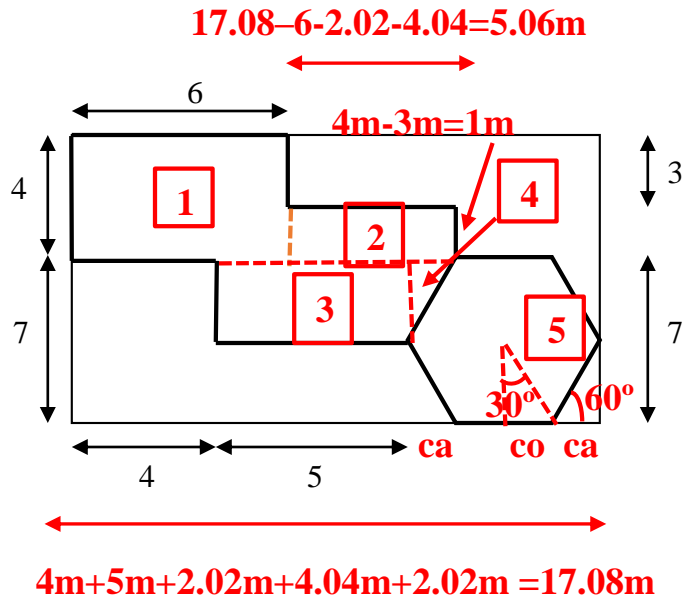
$$\text{Perímetro} = 2 \times 12.1243\text{m} + 2 \times 7\text{m} = 38.2486 \text{ m}$$

Aplicación en mediciones topográficas

11. Realizando una descomposición de la planta graficada en figuras simples, calcula la superficie ocupada por un complejo habitacional.



Notas:
El hexágono es regular
Las unidades están en metros



Descomponemos la figura en tres rectángulos, un triángulo y un hexágono.

Apotema = $7m / 2 = 3.5 m$

$\cos 30^\circ = \frac{ap}{R} \rightarrow R = \frac{3.5m}{\cos 30^\circ} = 4.04 m$

$\tan 30^\circ = \frac{co}{ap} \rightarrow co = ap \times \tan 30 = 3.5m \times \tan 30^\circ = 2.02 \rightarrow Lado = 4.04m$

$\cos 60^\circ = \frac{ca}{R} \rightarrow ca = R \times \cos 60^\circ = 4.04m \times \cos 60^\circ = 2.02m$

Cálculo de superficies:

Sup 1 = $4m \times 6 m = 24 m^2$

Sup 2 = $5.06m \times 1m = 5.06 m^2$

Sup 3 = $5m \times 3.5m = 17.5 m^2$

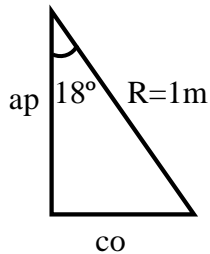
Sup 4 = $\frac{2.02m \times 3.5m}{2} = 3.535 m^2$

Sup 5 = $\frac{per \times apotema}{2} = \frac{6 \times 4.04m \times 3.5m}{2} = 42.42 m^2$

Sup total = $24 + 5.06 + 17.5 + 3.535 + 42.42 = 92.515 m^2$

Aplicación a la arquitectura

12. ¿Qué capacidad (en m³ y en litros) tiene un tanque de agua cuya planta es un decágono regular inscrito en una circunferencia de 1 metro de radio y cuya profundidad es de 120 centímetros?



$$\omega = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \rightarrow \alpha = 18^\circ$$

$$Ap = 1\text{m} \times \cos 18^\circ = 0.95\text{m}$$

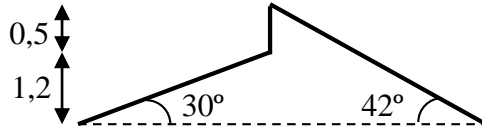
$$co = 1\text{m} \times \text{sen } 18^\circ = 0.3090\text{m}$$

$$\text{lado del decágono} = 2 \times 0.3090\text{m} = 0.618\text{ m}$$

$$\text{sup} = \frac{\text{per} \times \text{ap}}{2} = \frac{10 \times 0.618\text{m} \times 0.95\text{ m}}{2} = 2.9355\text{ m}^2$$

$$\text{Vol} = 2.9355\text{ m}^2 \times 1.20\text{ m} = 3.5226\text{ m}^3 = 3522.6\text{ litros}$$

13. ¿Qué volumen de hormigón es necesario para realizar la losa correspondiente al corte que se grafica, en el cual la profundidad es de 6 metros y es espesor de 12 centímetros?. Nota: el muro vertical también se hormigona.



$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1.2\text{m}}{\text{hipotenusa1}} \rightarrow \text{hip1} = \frac{1.2\text{m}}{\text{sen}30^\circ} = 2.4\text{m}$$

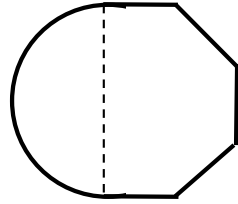
$$\text{sen } 42^\circ = \frac{(1.2\text{m} + 0.5\text{m})}{\text{hipotenusa2}} \rightarrow \text{hip2} = \frac{1.7\text{m}}{\text{sen } 42^\circ} = 2.54\text{ m}$$

$$\text{Longitud de la cubierta (desarrollo)} = 2.4\text{m} + 0.5\text{m} + 2.54\text{m} = 5.44\text{ m}$$

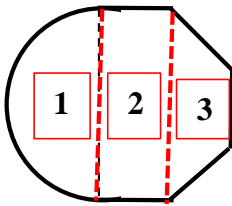
$$\text{Espesor de losa} = 0.12\text{m} \quad \text{Profundidad} = 6\text{m}$$

$$\text{Vol} = 5.44\text{m} \times 6\text{m} \times 0.12\text{m} = 3.9168\text{ m}^3$$

14. ¿Qué superficie de muros y qué superficie de pisos corresponde a una edificación como la de la figura, en la que un semicírculo parte de un octógono regular de 4 metros de radio?. La altura del muro es de 3,20 metros.

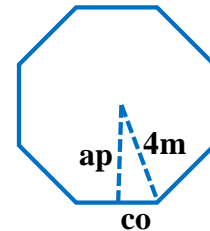


Dividimos la figura en un semicírculo, un rectángulo y un trapecio.



$$\omega = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \rightarrow \alpha = 22.5^\circ$$

$$\text{apotema} = 4\text{m} \times \cos 22.5^\circ = 3.70 \text{ m}$$



$$\text{co} = 4\text{m} \times \sin 22.5^\circ = 1.53 \text{ m}$$

$$\text{Lado} = 2 \times \text{co} = 3.06 \text{ m}$$

1) Semicírculo:

Cálculo del perímetro del semicírculo:

El radio del círculo es igual al apotema del octógono, es decir 3.70 m

$$\text{Perim. Semicírculo} = \frac{2 \times \pi \times 3.70\text{m}}{2} = 11.62 \text{ m}$$

$$\text{Sup semicírculo} = \frac{\pi \times 3.70^2}{2} = 21.50 \text{ m}^2$$

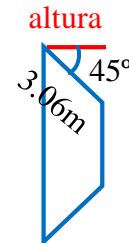
2) Superficie del rectángulo base = 3.06m altura = 2x3.7= 7.4m

$$\text{Sup} = 3.06\text{m} \times 7.4\text{m} = 22.644 \text{ m}$$

3) Superficie del trapecio

$$\text{Altura} = 3.06\text{m} \times \cos 45^\circ = 2.164 \text{ m}$$

$$\text{Sup} = \frac{7.4+3.06}{2} \times 2.164 = 11.32 \text{ m}^2$$



Luego,

$$\text{Superficie de pisos} = 21.50 + 22.644 + 11.32 = 55.464 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 11.62\text{m} + 5 \times (3.06\text{m}) = 26.92 \text{ m}$$

$$\text{Superficie de muro} = 26.92 \text{ m} \times 3.20 \text{ m} = 86.14 \text{ m}^2 \quad (\text{altura de muro} = 3.20\text{m})$$