RECTÁNGULOS ESTÁTICOS Y DINÁMICOS- MÓDULOS-

Para comenzar caracterizaremos al rectángulo diciendo que es un polígono irregular equiángulo. El cociente entre el lado mayor y el menor de este polígono se denomina MÓDULO del rectángulo.
El módulo de un rectángulo puede ser un número racional o irracional, esto me da origen a una clasificación del rectángulo según su módulo, esto es:

a) Se llamarán rectángulos estáticos a aquellos cuyo módulo sea un número racional, esto es un entero o un fraccionario con un número finito de cifras periódicas.

   Ej: $M = \frac{L}{l}$ donde L = lado mayor del polígono, y l = lado menor del polígono.

   M= 10/3 ; M= 2 ; M= ½ etc.

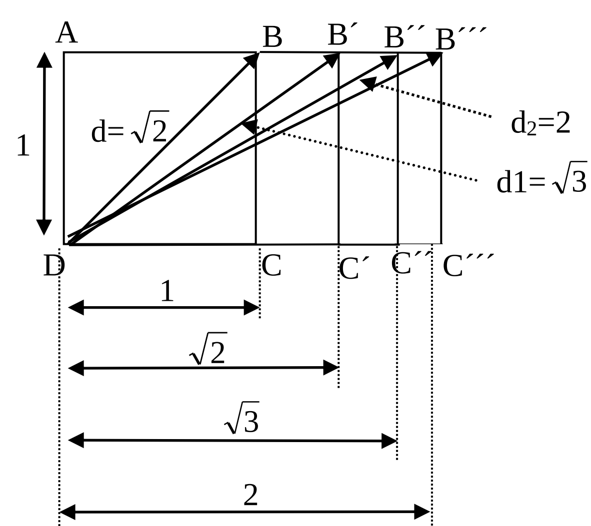
b) Se llamaran rectángulos dinámicos a aquellos cuyo módulo sea un número irracional, esto es un número decimal con infinitas cifras decimales no periódicas.

   Ej: $M = \sqrt{3}; \sqrt{2}; \sqrt{5}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RECTÁNGULOS DINÁMICOS

Supongamos que se desea representar un rectángulo de módulo $\sqrt{2}$
Se procederá de la siguiente manera:

1) Se dibuja un cuadrado y se asigna a sus lados un valor unitario.
2) Se traza la diagonal del mismo.
3) Haciendo centro en el vértice D que contiene la diagonal trazada y con la medida de la misma la rebato sobre la horizontal que contiene al lado DC.



d = . $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$d_1 = \sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2} = \sqrt{3}$ ⟶ $M_{AB'C'D} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$d_2 = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2} = \sqrt{4} = 2$ (No es irracional) ⟶ $M = \dfrac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

$d_3 = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$ ⟶ $M = \dfrac{2}{1} = 2$

PROPIEDADES DEL RECTÁNGULO DINÁMICO

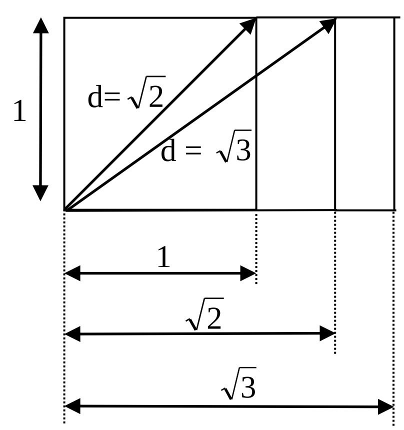
Pueden subdividirse en rectángulos semejantes ya que mantienen el módulo. Esto significa que se mantiene la proporción o razón entre sus lados.

Para la deducción gráfica procedo de la siguiente manera:

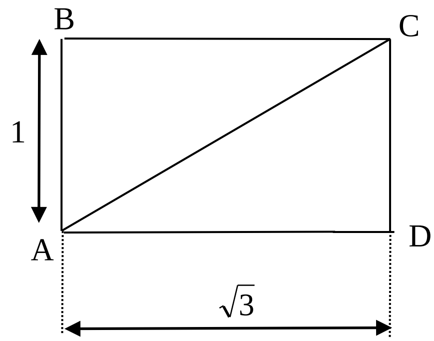
1. Tomemos por ejemplo un rectángulo de módulo $\sqrt{3}$

$$M = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

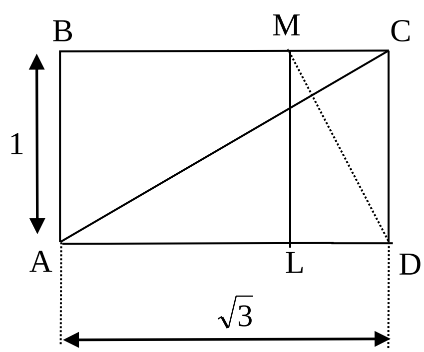
2. Lo construyo partiendo del cuadrado de lado 1 x 1



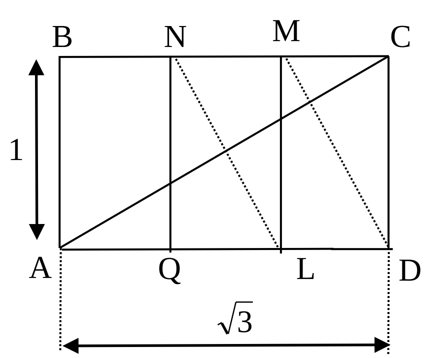
3. Trazo la diagonal AC



4. Por el punto D hago pasar una perpendicular a AC, obteniendo así el punto M, y desde el punto M hago pasar una perpendicular a AD obteniendo el punto L.



5. Por L hago pasar una perpendicular a la diagonal AC, obteniendo el punto N. Por el punto N hago pasar una perpendicular a AD y obtengo el punto Q quedadno así dividido el lado mayor en tres partes.



$$BN = NM = MC = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$M_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$M_{ABNQ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

Analíticamente podemos deducir que se produce la semejanza en los rectángulos dinámicos cuando lo divido al rectángulo en tantas partes como lo indique el número que se encuentra dentro de la raíz.

Ejemplo: $\sqrt{b}$ indica que se puede dividir en "b" partes y se verificará la semejanza de los rectángulos dinámicos.

$$M = \frac{L}{l} \quad \text{Lado mayor / lado menor}$$

Veamos por ejemplo el rectángulo dinámico de M = $\sqrt{3}$

$$M = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

Si divido el lado mayor en 3 partes tendré un nuevo lado menor $l = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y ahora el lado mayor será L = 1

Tengo que demostrar ahora la semejanza entre los siguientes módulos.

(A) $M = \frac{\sqrt{3}}{1}$ (B) $M = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

Igualamos el módulo (A) con el (B)

$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

Racionalizo el segundo miembro multiplicando y dividiendo por $\sqrt{3}$

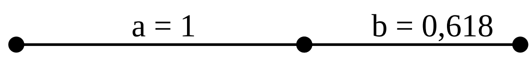
$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{3.\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{3.\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

Lo mismo se aplica a cualquier rectángulo dinámico

RECTÁNGULO ÁUREO

Es un rectángulo cuyo módulo es M = φ = 1,618

Veamos cómo se llega a esto.



$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ Hay un solo número que guarda esta proporción y es φ = 1,618

Como a = 1 y b = 0,618, será entonces:

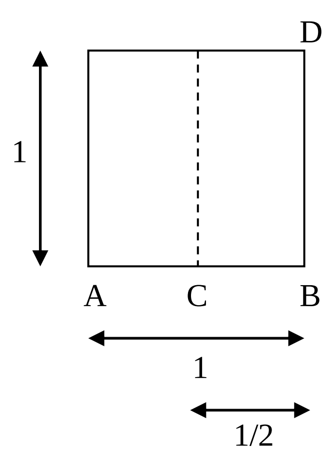
$$\frac{1}{0{,}618} = \frac{1+0{,}618}{1} \longrightarrow 1{,}618 = 1{,}618$$

$$\varphi = 1{,}618 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

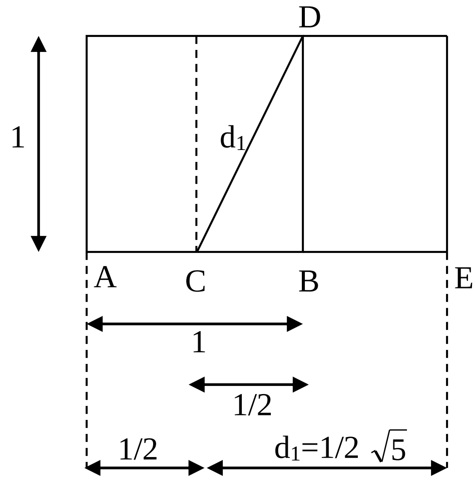
SOLUCIÓN GRÁFICO – ANALÍTICA

1. Parto de un cuadrado de lado unitario y divido la base en dos partes iguales. El punto "C" será el punto medio y a partir de él genero 2 nuevos rectángulos de módulo:

$$M = \frac{1}{\frac{1}{2}}$$



Ahora a partir de "C" trazo una diagonal "d_1" al rectángulo de la derecha . Tomo el compás y haciendo centro en "C" rebato la magnitud CD sobre la horizontal que contiene al lado CB.



$$d_1 = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$AE = AC + CE = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$